

1. Je dána kružnice k: $x^2 + y^2 - 6x + 2y + 1 = 0$.

34. a) Určete souřadnice středu a poloměr kružnice.

- b) Kružnici k zobrazte v soustavě souřadné.

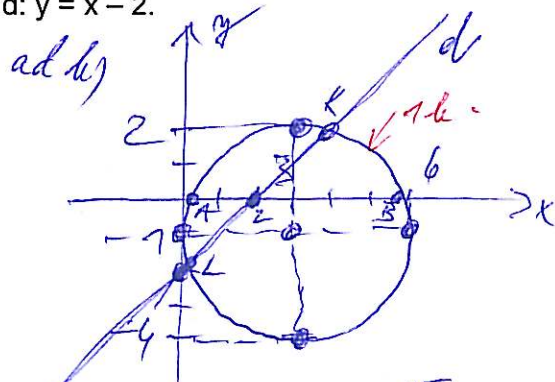
- 4b. c) Určete průsečíky dané kružnice s osou x .

5. d) Určete vzájemnou polohu dané kružnice a přímky d: $y = x - 2$.

ada) $(x-3)^2 - 9 + (y+1)^2 - 1 + 1 = 0$
 $(x-3)^2 + (y+1)^2 = 9, [3, -1]; r=3$
 I.h.c. I.h.c. I.h.c.

ad c) $y=0$: $x^2 - 6x + 1 = 0$ 1h.
 $\Delta = 36 - 4 = 32 = 16 \cdot 2$; $\sqrt{\Delta} = 4\sqrt{2}$
 $x_{1,2} = \frac{6 \pm 4\sqrt{2}}{2} = 3 \pm 2\sqrt{2}$ 1h.
 $A[3 - 2\sqrt{2}; 0]$; $B[3 + 2\sqrt{2}; 0]$

$$\begin{aligned} \text{ad d)} \quad & x^2 + (x-2)^2 - 6x + 2(x-2) + 1 = 0 \\ & x^2 + x^2 - 4x + 4 - 6x + 2x - 4 + 1 = 0 \\ & 2x^2 - 8x + 1 = 0 \\ & \Delta = 64 - 4 = 60 \quad ; \quad \sqrt{\Delta} = 2\sqrt{15} \\ & x_{1,2} = \frac{8 \pm 2\sqrt{15}}{4} = 2 \pm \frac{\sqrt{15}}{2} \end{aligned}$$



$x_1 = 2 + \frac{\sqrt{14}}{2}$ $x_2 = 2 - \frac{\sqrt{14}}{2}$
 $y_1 = \frac{\sqrt{14}}{2}$ $y_2 = -\frac{\sqrt{14}}{2}$

Distribution of the random variables:
 Uniform body given
 $L \left[2 - \frac{\sqrt{14}}{2}, -\frac{\sqrt{14}}{2} \right]$ $K \left[2 + \frac{\sqrt{14}}{2}, \frac{\sqrt{14}}{2} \right]$

2. Je dána elipsa $E: x^2 + 3y^2 = 9$.

- a) Určete délku hlavní i vedlejší osy elipsy, vypočítejte výstřednost elipsy. *4b*

- b) Určete souřadnice bodů S, A, B, C, D, F₁, F₂. *3h*

- c) Elipsu zobrazte v soustavě souřadné. *16*

- d) Napište obecnou rovnici tečny k dané elipse v bodě dotyku T [$x_0 > 0$; 1].

ada) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{6} = 1$ $a=3$; $b=\sqrt{3}$; $c=\sqrt{6}$

$$ab) \quad \sqrt{0;0}, \sqrt{-3;0}, \sqrt{3;0}, \sqrt{0;\sqrt{3}}, \sqrt{0;-\sqrt{3}}, \sqrt{-16;0}, \sqrt{16;0}$$

ad c)

A hand-drawn diagram of an ellipse centered at the origin of a Cartesian coordinate system. The horizontal axis is labeled x and the vertical axis is labeled y . The vertices of the ellipse are marked with dots and labeled: A at the leftmost point, B at the rightmost point, C at the topmost point, and D at the bottommost point. Two foci are marked with dots on the x -axis and labeled F_1 and F_2 , with F_1 to the left of the center and F_2 to the right. There are tick marks on both axes indicating scale. In the bottom-left quadrant, there are two red arrows pointing towards the ellipse, with the handwritten text "1h" below them.

add, TEE: $x^2 + 3 = 9$ Th.
 $x^2 = 6$ Th.

$$x_0 = \sqrt{6} \vee x = -\sqrt{6}$$

$$T[\sqrt{6}; 1]$$

$$z: \frac{x_0 x}{9} + \frac{70}{3} z = 7$$

then $\frac{\sqrt{6}x}{9} + \frac{y}{3} = 1$

11. $t: \sqrt{6}x + 3y - 9 = 0$

3. V aritmetické posloupnosti platí $a_2 + a_5 = 10 \wedge a_4 + a_{10} = -4$.

- a) Určete a_1 , d , a_{25} , s_{80} .
b) Posloupnost určete vzorcem pro n -tý člen.
c) Posloupnost určete rekurentně.
d) Jaké vlastnosti má daná posloupnost?

ada)
$$\begin{aligned} 2a_1 + 5d &= 10 \\ 2a_1 + 12d &= -4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 7d &= -14 \\ d &= -2 \\ a_1 &= \frac{10 - 5d}{2} = \frac{10}{2} = 5 \\ a_{25} &= a_1 + 24d = 10 - 48 = -38 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_{80} &= 40(10 + 10 + 79 \cdot (-2)) = 40 \cdot (-138) = -5520 \end{aligned}$$

ad b)
$$a_n = 10 + (n-1)(-2) = -2n + 12$$

ad c)
$$a_1 = 10 \wedge a_{n+1} = a_n - 2; n \in \mathbb{N}$$

ad d) Posloupnost a_n je
→ klesající v $\mathbb{N}$
→ aritmetická posl.
→ konstantou 10
→ není omezena zdola

4. V první řadě hlediště je 24 sedadel, každá následující řada má o dvě sedadla více, v poslední řadě je 50 sedadel. Kolik řad sedadel je v hledišti? Kolik sedadel je v hledišti?

1h.
$$a_1 = 24; d = 2; a_n = 50$$

$$50 = 24 + (n-1)2$$

$$26 = 2n$$

1h.
$$n = 13 \text{ (počet řad)}$$

$$A_{13} = 7 \cdot (24 + 50) = 7 \cdot 74 = 518$$

V hledišti je 13 řad sedadel a celkem 518 sedadel.

5. V geometrické posloupnosti platí $a_2 + a_4 = 30 \wedge a_3 + a_5 = 90$.

- a) Určete a_1 , q , a_7 , s_7 .
b) Posloupnost určete vzorcem pro n -tý člen.
c) Posloupnost určete rekurentně.
d) Jaké vlastnosti má daná posloupnost?

ada)
$$\begin{aligned} a_1 q + a_1 q^3 &= 30 \\ a_1 q^2 + a_1 q^4 &= 90 \end{aligned}$$

$$a_1 q (1 + q^2) = 30$$

$$a_1 q^2 (1 + q^2) = 90$$

$$\begin{aligned} q &= 3; a_1 = \frac{30}{q(1+q^2)} = \frac{30}{3 \cdot 10} = 1; a_7 = a_1 \cdot q^6 = 3^6 = 729 \\ A_7 &= \frac{37-1}{2} = \frac{2187-1}{2} = \frac{2186}{2} = 1093 \end{aligned}$$

ad b)
$$a_n = 3^{n-1}; n \in \mathbb{N}$$

ad c)
$$a_1 = 1 \wedge a_{n+1} = a_n \cdot 3; n \in \mathbb{N}$$

ad d) Posloupnost a_n je
→ rostoucí v $\mathbb{N}$
→ zdola omezena hodnotou 1
→ posl. není omezena

6. Jezdec se rozhodl koupit koně a zaplatit za něj 10 000 Kč. S prodávacem se dohodl, že za první hřebík v podkově zaplatí 1 halér, za druhý 2 haléře, za třetí 4 haléře atd.. Byla to výhodná koupě, když každá podkova je připevněna pěti hřebíky?

1h.
$$a_1 = 1 \text{ hal.}, q = 2 \text{ hal.}, A_{20} = 2^{20} - 1 = 1048575 \text{ hal.} = 10485,75 \text{ Kč} \approx 10486 \text{ Kč}$$

Byla to pro jezdce velmi výhodná koupě, protože zaplatil méně než půl ceny koně.

7. Město má 40 000 obyvatel. Jejich počet se každoročně zvyšuje o 1,5%. Určete počet obyvatel města za 20 let.

$$A_{20} = 40000 \cdot (1 + \frac{1,5}{100})^{20} = 40000 \cdot 1,015^{20} = 53874,20262 \approx 53874$$

Každý rok bude mít město 53874 obyvatel.

8. Jakou částku našetří Petra za 10 let, pokud na spořicí účet uloží částku 40 000,- Kč za podmínek ročního úročení 3%? Daň z úroku je 15%.

1h.
$$\begin{aligned} A_{10} &= 40000 \cdot (1 + \frac{3}{100})^{10} \cdot (1 - \frac{15}{100})^{10} = 40000 \cdot (1,03 \cdot 0,85)^{10} = 40000 \cdot 1,025^{10} \\ &= 51453,70335697 \text{ Kč} \approx 51454 \text{ Kč} \end{aligned}$$

Petra za 10 let našetří částku 51454,- Kč.