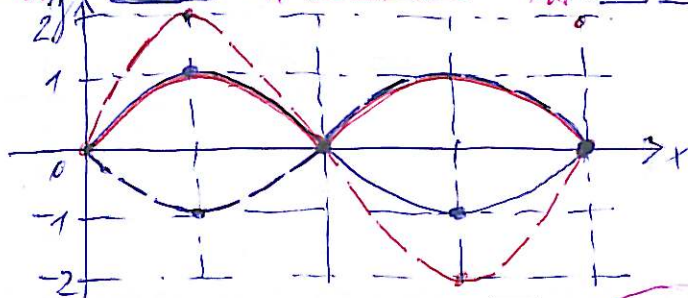


1. Narýsujte v intervalu $<0; 2\pi>$ grafy funkcí (grafy rozlište barvou nebo druhem čáry):

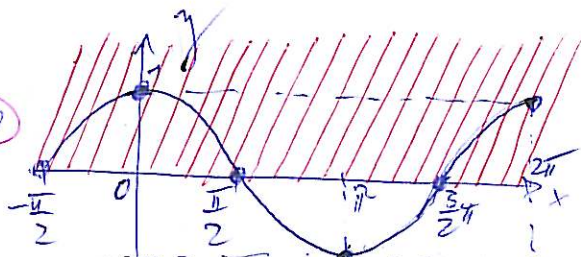
1.b. a) $y = \sin x$ 1.b. b) $y = 2 \sin x$ 1.b. c) $y = -\sin x$ 1.b. d) $y = |\sin x|$.



2. Určete definiční obor funkce $g: y = \sqrt{\cos x}$.

$\cos x \geq 0$

$D(g) = \bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \left(-\frac{\pi}{2} + 2k\pi; \frac{\pi}{2} + 2k\pi \right)$



3. Vypočítejte $\sin x$, $\operatorname{tg} x$ a $\operatorname{cotg} x$, znáte-li $\cos x = -\frac{3}{4} \wedge x \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi \right)$.

$|\sin x| = \sqrt{1 - \cos^2 x} = \sqrt{1 - \left(-\frac{3}{4}\right)^2} = \sqrt{1 - \frac{9}{16}} = \frac{\sqrt{7}}{4}$

$\forall x \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi \right); \sin x > 0 \Rightarrow \sin x = \frac{\sqrt{7}}{4}$

$\operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{\frac{\sqrt{7}}{4}}{-\frac{3}{4}} = -\frac{\sqrt{7}}{3}$

$\operatorname{cotg} x = \frac{1}{\operatorname{tg} x} = \frac{1}{-\frac{\sqrt{7}}{3}} = -\frac{3}{\sqrt{7}} = -\frac{3\sqrt{7}}{7}$

4. Vypočítejte pomocí součtového vzorce $\cos 15^\circ$.

$\cos 15^\circ = \cos(45^\circ - 30^\circ) = \cos 45^\circ \cos 30^\circ + \sin 45^\circ \sin 30^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$

5. Řešte v $\mathbb{R}$ rovnice:

a) $\cos\left(-2x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

b) $\operatorname{tg}\left(4x - \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3}$

c) $2 \sin^2 x - \sin x - 1 = 0$

ad a) $-2x + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6} + 2k\pi \vee -2x + \frac{\pi}{3} = \frac{11\pi}{6} + 2k\pi$
 $-2x = -\frac{\pi}{6} + 2k\pi \vee -2x = \frac{11\pi}{6} + 2k\pi$
 $x = \frac{\pi}{12} + k\pi \vee x = -\frac{11\pi}{12} + k\pi$
 $K_a = \bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \left\{ \frac{\pi}{12} + k\pi; -\frac{11\pi}{12} + k\pi \right\}$

$a = \sin x$
 $2a^2 - a - 1 = 0$

$D = 9; \sqrt{D} = 3$

$a_{1,2} = \frac{1 \pm 3}{4} = \left\langle 1, -\frac{1}{2} \right\rangle$

$\sin x = 1 \vee \sin x = -\frac{1}{2}$

ad b) $4x - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{3} + k\pi$
 $4x = \frac{\pi}{2} + k\pi$
 $x = \frac{\pi}{8} + k \cdot \frac{\pi}{4}$

$K = \bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \left\{ \frac{\pi}{8} + 2k\pi; \frac{5\pi}{8} + 2k\pi; \frac{9\pi}{8} + 2k\pi; \frac{13\pi}{8} + 2k\pi \right\}$

$K_R = \bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \left\{ \frac{\pi}{8} + k \cdot \frac{\pi}{4} \right\}$

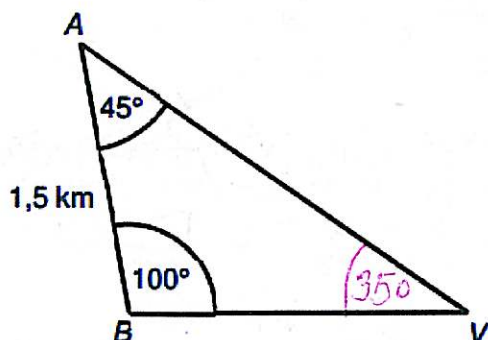
6. Daný výraz zjednodušte a určete jeho definiční obor

$$\frac{1 - \operatorname{tg}^2 x}{1 + \operatorname{tg}^2 x}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1 - \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}}{1 + \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}} = \frac{\frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\cos^2 x}}{\frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{\cos^2 x}} \\ &= \frac{\cos 2x}{1} = \cos 2x \end{aligned}$$

$$\theta = 2\pi - \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \right\}$$

7. Na plánu jsou vyznačeny údaje pořízené při zaměřování vrtné věže V ze dvou stanovišť A a B. Určete s přesností na celé metry přímou vzdálenost stanoviště B od vrtné věže V.



$$\frac{|BV|}{\sin 45^\circ} = \frac{1500}{\sin 35^\circ}$$

$$|BV| = \frac{1500 \cdot \sin 45^\circ}{\sin 35^\circ} = 1849,204579 \text{ m}$$

$$|BV| \doteq 1849 \text{ m}$$

8. Vypočítejte velikost největšího vnitřního úhlu v trojúhelníku ABC, je-li dáno $a = 5 \text{ cm}$, $b = 4 \text{ cm}$, $c = 7 \text{ cm}$.

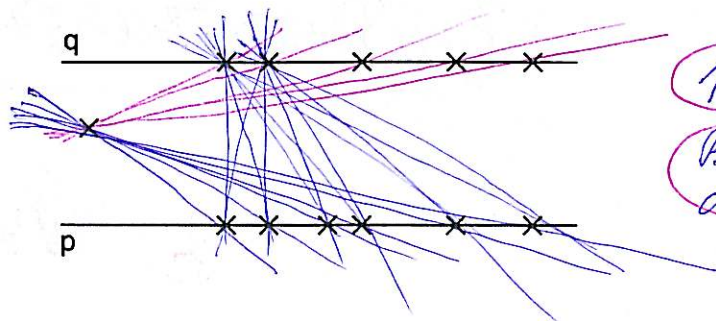
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$$

$$\begin{aligned} \cos \gamma &= \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} = \frac{25 + 16 - 49}{2 \cdot 5 \cdot 4} = \frac{41 - 49}{2 \cdot 5 \cdot 4} = \\ &= -\frac{8}{40} = -\frac{1}{5} \end{aligned}$$

$$\gamma = 101^\circ 32' 13''$$

$$\gamma \doteq 101^\circ 32'$$

9. Určete počet všech přímek procházejících danými body podle obrázku. Přímky p , q jsou rovnoběžné. Na přímce p leží 6 různých bodů, na přímce q leží 5 různých bodů. Mezi přímkami p , q leží jeden bod.



$$1 + 1 + 5 \cdot 6 + 5 + 6 = 43$$

Počet všech přímek procházejících danými body je 43.