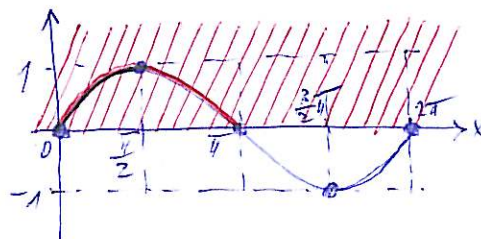
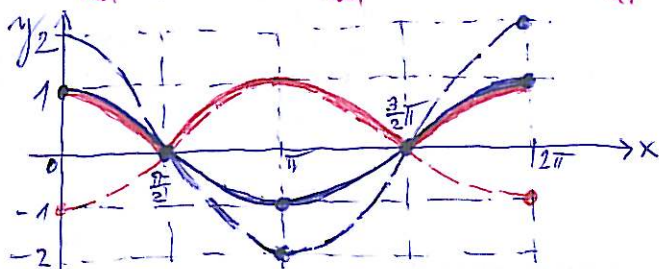


1. Narýsujte v intervalu $<0; 2\pi>$ grafy funkcí (grafy rozlište barvou nebo druhem čáry):

1b. a) $y = \cos x$ 1b. b) $y = 2 \cos x$ 1b. c) $y = -\cos x$ 1b. d) $y = |\cos x|$.



2. Určete definiční obor funkce $g: y = \sqrt{\sin x}$.

$\sin x \geq 0$
1b.

$D_g = \{2k\pi; \pi + 2k\pi\}; k \in \mathbb{Z}$
 $D_g = \bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \{2k\pi; \pi + 2k\pi\}$ 1b.

3. Vypočítejte $\cos x$, $\tan x$ a $\cot g x$, znáte-li $\sin x = -\frac{3}{4} \wedge x \in (\frac{3}{2}\pi; 2\pi)$.

$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

$\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$

$|\cos x| = \sqrt{1 - \sin^2 x} = \sqrt{1 - (-\frac{3}{4})^2} = \sqrt{1 - \frac{9}{16}} = \sqrt{\frac{16-9}{16}} = \frac{\sqrt{7}}{4}$

$x \in (\frac{3}{2}\pi; 2\pi); \cos x > 0 \Rightarrow \cos x = \frac{\sqrt{7}}{4}$ 1b.

$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{-\frac{3}{4}}{\frac{\sqrt{7}}{4}} = -\frac{3}{\sqrt{7}} = -\frac{3\sqrt{7}}{7}$ 2b.

$\cot g x = \frac{1}{\tan x} = \frac{1}{-\frac{3}{\sqrt{7}}} = -\frac{\sqrt{7}}{3}$ 2b.

4. Vypočítejte pomocí součtového vzorce $\sin 15^\circ$.

1b. $\sin 15^\circ = \sin(45^\circ - 30^\circ) = \sin 45^\circ \cos 30^\circ - \sin 30^\circ \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} \right) = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}-1}{2} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ 2b.

5. Řešte v $\mathbb{R}$ rovnice:

a) $\sin\left(-2x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

b) $\cot g\left(4x - \frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3}$

ad a) $-2x + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{3} + 2k\pi \vee -2x + \frac{\pi}{6} = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi$ 1b.

$-2x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi \vee -2x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$

$x = -\frac{\pi}{12} + k\pi \vee x = -\frac{\pi}{4} + k\pi$ 1b.

$K_a = \bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \left\{ -\frac{\pi}{12} + k\pi; -\frac{\pi}{4} + k\pi \right\}$ 1b.

ad b) $4x - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{3} + k\pi$ 1b.

$4x = \frac{2\pi}{3} + k\pi$

$x = \frac{\pi}{6} + k \cdot \frac{\pi}{4}$ 1b.

$K_b = \bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \left\{ \frac{\pi}{6} + k \cdot \frac{\pi}{4} \right\}$ 1b.

c) $2 \sin^2 x + \sin x - 1 = 0$.

$a = \sin x$ 1b.

$2a^2 + a - 1 = 0$ 1b.

$D = 1 + 8 = 9; \sqrt{D} = 3$

$a_{1,2} = \frac{-1 \pm 3}{4} = \left\{ \frac{1}{2}, -1 \right\}$

1b. $\sin x = \frac{1}{2} \vee \sin x = -1$

1b. $K = \bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \left\{ \frac{\pi}{6} + 2k\pi; \frac{5\pi}{6} + 2k\pi; \frac{3\pi}{2} + 2k\pi \right\}$

6. Daný výraz zjednodušte a určete jeho definiční obor

$$\frac{1 + \cos 2x}{\sin 2x}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{\sin^2 x + \cos^2 x + \cos^2 x - \sin^2 x}{2 \sin x \cos x} = \\ &= \frac{2 \cos^2 x}{2 \sin x \cos x} = \frac{\cos x}{\sin x} = \cot x \end{aligned}$$

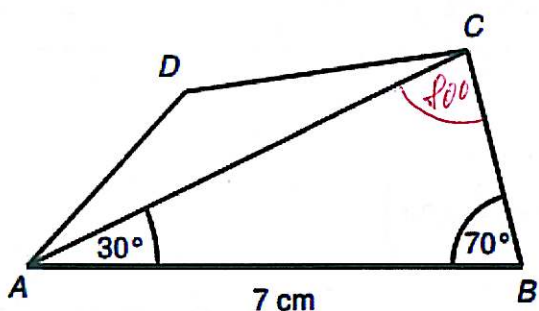
$$\sin 2x \neq 0$$

$$2x \neq k\pi$$

$$x \neq k \cdot \frac{\pi}{2}$$

$$D = \mathbb{R} - \left\{ k \cdot \frac{\pi}{2} \right\}; k \in \mathbb{Z}$$

7. Jaká je délka úhlopříčky AC vypočtená s přesností na desetiny centimetru?



$$\begin{aligned} \frac{|AC|}{\sin 70^\circ} &= \frac{7}{\sin 80^\circ} \Rightarrow |AC| = \frac{7 \cdot \sin 70^\circ}{\sin 80^\circ} = \\ &= 6,679322259 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$|AC| \doteq 6,7 \text{ cm}$$

8. Vypočítejte velikost nejmenšího vnitřního úhlu v trojúhelníku ABC, je-li dáno $a = 4 \text{ cm}$, $b = 5 \text{ cm}$, $c = 6 \text{ cm}$.

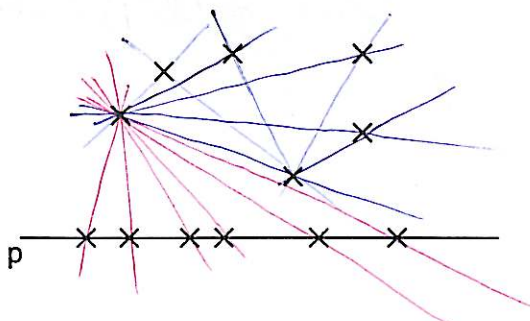
$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{25 + 36 - 16}{2 \cdot 5 \cdot 6} = \frac{45}{2 \cdot 5 \cdot 6} = \frac{9}{2 \cdot 6} = \frac{3}{4}$$

$$\alpha = 41^\circ 24' 35'' (39'')$$

$$\alpha \doteq 41^\circ 25'$$

9. Určete počet všech přímek procházejících danými body podle obrázku. Na přímce p leží 6 různých bodů, mimo přímku p dalších 6 různých bodů. Žádné tři body z daných bodů neleží na jedné přímce.



$$1 + 6 \cdot 6 + \frac{6 \cdot 5}{2} = 52$$

Počet všech přímek procházejících danými body je 52.

1.b.