Řešení úloh 3. písemné práce – oddělení A – 2. A4 – 29. 4. 2011

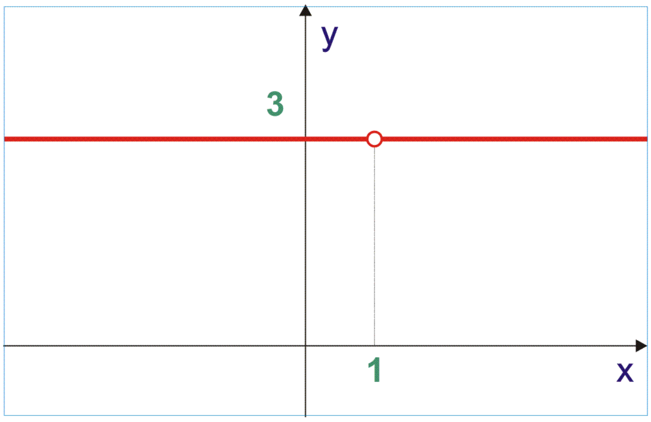
1. f: y = a x + b

   f(–1) = 5 $\qquad$ 5 = – a + b

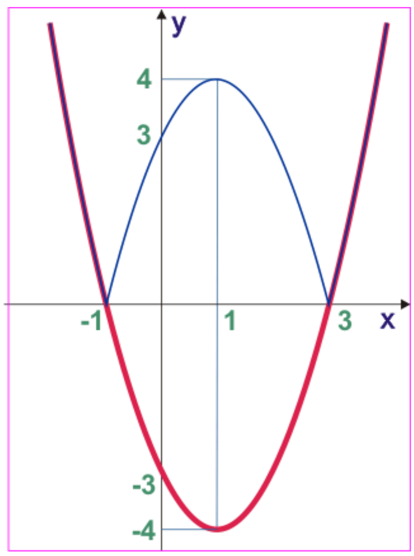
   f(3) = 1 $\qquad$ 1 = 3 a + b

   Řešením soustavy dvou lineárních rovnic s neznámými a, b dostáváme a = – 1, b = 4. Hledaná rovnice lineární funkce **f: y = – x + 4**.

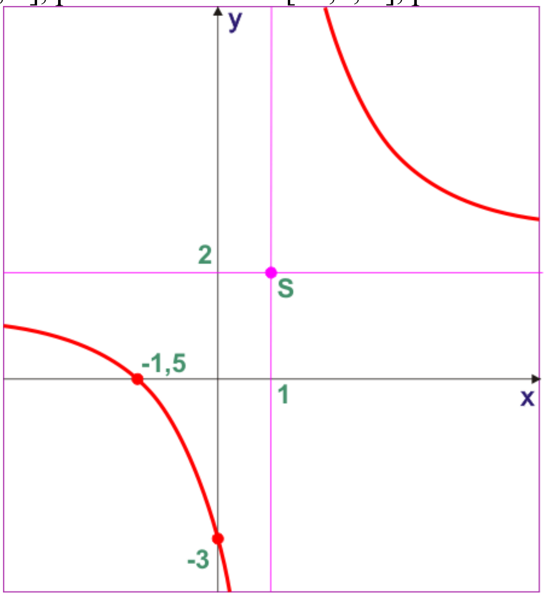
2. Definiční obor dané funkce je D(f) = R – { 1 }. Rovnici funkce můžeme zjednodušit $y = \dfrac{3x-3}{x-1} = \dfrac{3\cdot(x-1)}{x-1} = 3$, tedy **f: y = 3**.



3. Odmocněnec musí být nezáporný, tedy musí platit: $\dfrac{x+1}{2-x} \geq 0$. Řešením uvedené nerovnice dostáváme **D(f) = < –1; 2)**.
4. Rovnici dané funkce můžeme upravit y = $x^2 - 2x - 3 = (x-1)^2 - 4 = (x-3)(x+1)$. Z uvedených úprav rovnice kvadratické funkce lze určit souřadnice vrcholu V [1; – 4], průsečíky s osou x [3; 0], [– 1; 0], průsečík s osou y [0; – 3]. Pomocí uvedených bodů můžeme zobrazit parabolu, graf dané funkce f (červená barva). Graf funkce y = $|x^2 - 2x - 3|$ je v obrázku zobrazen modrou barvou.



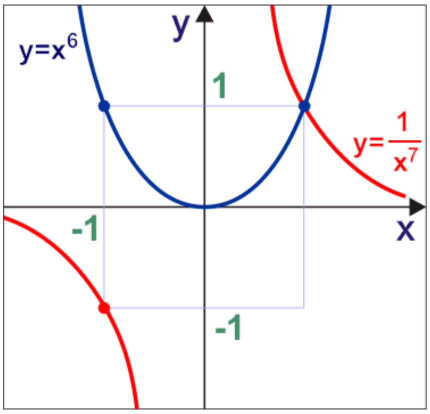
5. a) Střed hyperboly S [1; 2], průsečík s osou x [–1,5; 0], průsečík s osou y [0; –3].



b) **D(f) = R - { 1 }, H(f) = R - { 2 }**

c) f^{-1}: $x = \dfrac{2y+3}{y-1} \Rightarrow x\,y - x = 2\,y + 3 \Rightarrow x\,y - 2\,y = x + 3 \Rightarrow$ f^{-1}**:** $y = \dfrac{x+3}{x-2}$

6.



7. $\left(a^{\frac{1}{4}} \cdot b^{-\frac{2}{3}}\right)^{6} \cdot \left(a^{-\frac{1}{3}} \cdot b^{\frac{1}{2}}\right)^{12} = a^{\frac{3}{2}} \cdot b^{-4} \cdot a^{-4} \cdot b^{6} = a^{-\frac{5}{2}} \cdot b^{2}$

8. $\sqrt{2 \cdot \sqrt[3]{2 \cdot \sqrt[4]{2}}} = \sqrt[24]{2^{12} \cdot 2^{4} \cdot 2} = \sqrt[24]{2^{17}}$

9. $\dfrac{\sqrt{7}+\sqrt{5}}{\sqrt{7}-\sqrt{5}} = \dfrac{\sqrt{7}+\sqrt{5}}{\sqrt{7}-\sqrt{5}} \cdot \dfrac{\sqrt{7}+\sqrt{5}}{\sqrt{7}+\sqrt{5}} = \dfrac{\left(\sqrt{7}+\sqrt{5}\right)^{2}}{2} = \dfrac{12+2\sqrt{35}}{2} = 6+\sqrt{35}$

10. Funkce f: $y = x^2 - 2a$ má procházet bodem [–1; 3], souřadnice bodu musí vyhovovat rovnici funkce. Dosadíme-li do rovnice funkce f za x = –1 a y = 3 dostaneme rovnici 3 = 1 – 2 a. Řešením rovnice obdržíme a = – 1. Funkce f: $y = x^2 + 2$ tedy prochází bodem [–1; 3].